

Olimpiada Națională de Matematică
Hunedoara
Etapa locală - 15 februarie 2018

Clasa a VIII-a - barem

1. a) Rescrie relația $(2x-3)^2 + (y+5)^2 \leq 9$ 2p
 b) Deducem că $|2x-3| \leq 3$ și $|y+5| \leq 3$ 2p
 b) $0 \leq x \leq 3, -8 \leq y \leq -2$ deci $4 \leq 3x-2y \leq 25$ de unde concluzia3p
2. a) $41|4x+5y \Rightarrow 41|36x+45y$ și cum $41|41x+41y \Rightarrow 41|36x+45y-41x-41y$ de unde concluzia.....3p
 b) Avem $(4x+5y)^2 + (-5x+4y)^2 = 41(x^2+y^2)$ 2p
 În conformitate cu a) membrul stâng e multiplu de 41^2 de unde $41|x^2+y^2$ 2p
3. $\frac{a}{a+2b} + \frac{b}{b+2a} = \frac{2a^2+2b^2+2ab}{2a^2+2b^2+5ab}$ 2p
 Demonstrează că $\frac{2a^2+2b^2+2ab}{2a^2+2b^2+5ab} \geq \frac{2}{3}$ 3p
 Deducem că $\frac{a}{a+2b} + \frac{b}{b+2a} + \frac{c}{c+2d} + \frac{d}{d+2c} \geq \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ 2p
- 4.a) $[MN]$ linie mijlocie în $\triangle B'AC \Rightarrow MN \parallel AC \Rightarrow MN \perp BD$ 2p
 $ABC'D'$ dreptunghi $\Rightarrow ANC'D'$ trapez dreptunghic de arie egală cu $\frac{3\sqrt{2}}{4}cm^2$ 2p
 b) Fie S mijlocul lui $[BB']$. Avem $MS \parallel CD \Rightarrow S \in (CMD) \Rightarrow \{P\} = CS \cap BN$, iar acestea sunt mediane în triunghiul BCB' obținem că P este centrul de greutate al triunghiului deci $P \in B'Q$ 3p

NOTĂ Orice soluție corectă se punctează corespunzător.